

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Prof. Giovanni Masala – febbraio 2025



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{(x^2 - 5x + 6) \cdot \log(x + 5)}{x + 1}$$

Dominio	$E = (-5, +\infty) \setminus \{-1\}$
Positività	$P = (-5, -4) \cup (-1, 2) \cup (3, +\infty)$
Intersezioni	$A(-4; 0) \quad B(2; 0) \quad C(3; 0) \quad D(0; 6 \log 5)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 + 2x - 3} - 3x + 5)$ e $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 \cdot \log(x + 2)}{x^2 + 4x + 3}$

Soluzioni	$16/3; -1/2$
-----------	--------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x^2 - 6x + 10 \log(x + 3) - 27$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x^2 - 4)}{x + 3} \quad E = (-3, +\infty)$
Estremi	$M(-2; -11) \quad m(2; 10 \log 5 - 35)$ cresce in $(-3, -2) \cup (2, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = e^x \cdot (x^2 - 3x + 2)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot (x^2 - x - 1) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = e^x \cdot (x^2 + x - 2)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-2; 12e^{-2}) \quad F_2(1; 0)$ convessa in $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{\sqrt{2x^4 + 3x^2 + 1}}{x^2 - 4}$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$
As. verticali	$x = -2, x = 2$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = \sqrt{2}$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\frac{8x-3}{4x-8} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot e^{\frac{1-x}{5}} dx$$

Integrale definito	primitiva: $2x + \frac{13}{4} \log 4x-8 $ $2 - \frac{13}{4} \log 2 \approx -0,253$
Integrale indefinito	$-5e^{\frac{1-x}{5}} \cdot (x+5) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 4x - 2y + k \cdot z = 2 \\ 4x + k \cdot y - z = 1 \\ -2x + y + 3z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -6; -2$: incompatibile $k \neq -6; -2$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-2k^2 + 7k + 12}{2k^2 + 16k + 24}; y = \frac{5k}{k^2 + 8k + 12}; z = \frac{6}{k+6}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 2x^2 - 6x \cdot y - 4x + y^2 - y + 1$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x - 2y = 3$.

Derivate parziali	$f_x = 4x - 6y - 4 \quad f_y = -6x + 2y - 1$
Estremi liberi	$S(-1/2; -1) \quad z = 5/2 \quad H = -28$
Estremi vincolati	$M(2; -1/2) \quad \lambda = 7 \quad z = 31/4$ $H = 6$

Domande teoriche.

- 1) Definizione di derivata con significato geometrico (punti 2, 4*)
- 2) Definizione di limite in un punto finito con valore finito (punti 2, 4*)
- 3) Definizione di punto di sella con condizioni necessarie e sufficienti (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*